

Um welche Größen geht's?

Die Sprache funktionaler Zusammenhänge verstehen und nutzen

Carina Zindel, Uli Brauner, Cathrin Jungel, Matthias Hoffmann

Webversion eines Beitrags, erschienen in: Mathematik lehren 206, 23-28.

Zusammenfassung: Funktionale Zusammenhänge verstehen lernen – dies ist eine durchgängige Aufgabe über alle Jahrgänge hinweg, beginnend in Grundschule und früher Sekundarstufe I bis hin zur Analysis der Sekundarstufe II (Vollrath 2014; Malle 2000a; KMK 2003). Beim Aufbau des Verständnisses für funktionale Zusammenhänge hat die verwendete Sprache in jeder Phase eine entscheidende Bedeutung, und zwar in mehreren Rollen. In diesem Beitrag werden Unterrichtsideen und –materialien vorgestellt, die in den Jahrgängen 7 bis 10 die Sprache der funktionalen Zusammenhänge thematisieren.

Fokusfragen zu funktionalen Zusammenhängen

Ein Beispiel: In einer Gesamtschulklasse 10 haben die Schülerinnen und Schüler Situationen zu der Funktionsgleichung $y = 3x + 1$ aufgeschrieben. Nun diskutieren sie, ob Pauls Situation zur Funktionsgleichung passt:

- Paul: „Frau Meier kauft Geschenke für ihre Mitarbeiter. Eine Flasche Wein kostet 3 € Sie kauft noch eine Stofftasche zu 1€“
- Christina: „Das passt nicht, weil das f von x ist ja drei plus eins.“
- Jona: „Das passt nicht, weil da nicht steht, wie viele Flaschen sie kauft.“
- Tatjana: „Passt nicht, weil die Mitarbeiterzahl nicht angegeben ist.“
- Max: „Das passt nicht, weil da MitarbeitER steht, das ist ja mehrere und unsere Funktionsgleichung ist ja drei x.“

Diese Beispielaussagen illustrieren ein generelles Problem: Vielen Lernenden fehlt bis hin zur gymnasialen Oberstufe ein Verständnis für Variablen und funktionale Zusammenhänge (Malle 2000a). Dieser Verständnisaufbau hätte über mehrere Jahre, für verschiedene Funktionstypen und Darstellungen erfolgen sollen, um schließlich eine Einsicht in das „Wesen“ der Funktionen zu ermöglichen (Vollrath 2014, S. 121). Dieses „Wesen“ der Funktionen verstehen wir als unabhängig von der jeweiligen Darstellung oder dem Funktionstyp und bezeichnen es daher als den *Kern* funktionaler Zusammenhänge. Dieser sollte entlang des Spiralcurriculums immer wieder thematisiert werden. Lernende können sich dem „Wesen“ von Funktionen mit zwei Fragen nähern (den sog. Fokusfragen s.u., vgl. Zindel 2018). Dabei werden die beteiligten Größen und die Richtung der Abhängigkeit thematisiert:

Fokusfragen zum Kern funktionaler Zusammenhänge:

1. Um welche zwei Größen geht es?
2. Welche Größe ist abhängig von welcher?

Selbstverständlich müssen diese Fragen in der frühen Sekundarstufe I anders bzw. inhaltlicher formuliert werden (z.B. „Welche Überschriften können wir unseren Tabellenspalten geben?“). Aber es ist lohnend, sie aufzuwerfen. Im weiteren Unterricht können sie ausdifferenziert werden in Fragen zum Zuordnungs- und Kovariationsaspekt (Malle 2000b).

Sprachliche Anforderungen

Die Fokusfragen zum Kern funktionaler Zusammenhänge können Lernenden zum einen helfen, Aufgabentexte zu interpretieren. Zum anderen regen sie die Sprachproduktion der Lernenden an. Kurz gesagt, bieten die Fokusfragen ein Mittel, um die Sprache funktionaler Zusammenhänge zu *verstehen* und zu *nutzen*.

Ein *Verstehen* der Sprache funktionaler Zusammenhänge ist immer dann erforderlich, wenn eine sprachliche Darstellung des funktionalen Zusammenhangs gegeben ist, wie zum Beispiel beim Umgang mit Textaufgaben wie der folgenden (in Anlehnung an ZP10 2012):

Für das Auto von Familie Wacker lässt sich der durchschnittliche Kraftstoffverbrauch (in l/100 km) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit (in km/h) näherungsweise mit der folgenden Gleichung berechnen: $f(x) = 0,0005 \cdot (x - 40)^2 + 4,5462$.

- a) Wie hoch ist der durchschnittliche Verbrauch bei einer Geschwindigkeit von 150 km/h. Notiere deine Rechnung.
- b) Wie hoch ist die Geschwindigkeit, wenn 9,0 l auf 100 km verbraucht werden? Notiere deine Rechnung.

Kasten 1: Verbrauchsaufgabe als Beispiel für eine Textaufgabe zu funktionalen Zusammenhängen (in Anlehnung an ZP10 2012)

Zur Lösung dieser Aufgabe muss man das relevante Sprachmittel (d.h. die Formulierung „in Abhängigkeit von“) identifizieren und mit den beiden Fokusfragen zum Kern interpretieren. Das Identifizieren und Interpretieren verbaler Darstellungen fällt allerdings vielen Lernenden schwer, da sie nicht auf solche Sprachmittel im Aufgabentext achten oder die Richtung der Abhängigkeit falsch interpretieren. Die hier verwendete Aufgabenformulierung ist dabei nur eine von zahlreichen Möglichkeiten, funktionale Zusammenhänge sprachlich explizit zu beschreiben. Tabelle 1 zeigt – exemplarisch anhand variiert formulierter Aufgaben zum Kraftstoffverbrauch – einen Ausschnitt der sprachlichen Vielfalt, die in Schulbüchern und Prüfungsaufgaben zentraler Abschlussprüfungen vorkommt.

Tabelle 1: Vielfalt der Sprachmittel zur Beschreibung funktionaler Zusammenhänge - Beispiel Verbrauchsaufgabe

	Aktiv	Passiv
Abhängigkeit	<ul style="list-style-type: none"> • Die Funktion gibt den Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit an. • Die Funktion gibt den von der Geschwindigkeit abhängigen Kraftstoffverbrauch an. 	<ul style="list-style-type: none"> • Der Kraftstoffverbrauch wird in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit angegeben. • Es wird der Kraftstoffverbrauch angegeben, der von der Geschwindigkeit abhängt.
Zuordnen	<ul style="list-style-type: none"> • Die Funktion ordnet der Geschwindigkeit den Kraftstoffverbrauch zu. • Die Funktion ordnet den Kraftstoffverbrauch der Geschwindigkeit zu. 	<ul style="list-style-type: none"> • Der Geschwindigkeit wird der Kraftstoffverbrauch zugeordnet. • Der Kraftstoffverbrauch wird der Geschwindigkeit zugeordnet.
Implizit durch Präpositionen	<ul style="list-style-type: none"> • Die Funktion gibt zu jeder Geschwindigkeit den Kraftstoffverbrauch an. • Die Funktion gibt für jede Geschwindigkeit den Kraftstoffverbrauch an. 	<ul style="list-style-type: none"> • Es wird zu jeder Geschwindigkeit der Kraftstoffverbrauch angegeben. • Es wird für jede Geschwindigkeit der Kraftstoffverbrauch angegeben.

Nutzen müssen Lernende die Sprache funktionaler Zusammenhänge immer dann, wenn sie zum Beschreiben, Argumentieren, Begründen – kurz zum Verbalisieren – aufgefordert werden. Oder eben, wenn sie die beiden Fokusfragen thematisieren: „*Es geht um den Zusammenhang von Geschwindigkeit und Verbrauch*“, „*wenn ich die Geschwindigkeit kenne, weiß ich auch den Verbrauch*“, „*der Verbrauch hängt von der Geschwindigkeit ab*“.

Weitere Sprachanlässe bieten Experimente zu funktionalen Zusammenhängen (beobachtete Veränderungen beschreiben), das detaillierte Interpretieren eines gegebenen Sprachmittels, Aufgaben zum

Darstellungswechsel (der funktionale Zusammenhang insgesamt soll beschrieben werden), das Erfinden von Situationen zur Funktionsgleichung usw.

Auch wenn Lernende meist einfacher formulieren als mit den Sprachmitteln in Tabelle 1, lohnt es sich, einige dieser Sprachmittel im Unterricht anzusprechen und gezielt zu kontrastieren. Die Beispiele dieses Artikels haben sich in unseren Unterrichtsversuchen bewährt und fördern den Aufbau mathematischen Verständnisses.

Durchgängige Aufgabe im Unterricht: Bedeutungsbezogene Sprachanlässe schaffen

Bereits in der Grundschule kann, etwa beim Sachrechnen im Einkaufskontext, eine erste Begegnung mit veränderlichen Größen erfolgen. In der Klasse 5/6 gibt es vielfältige Gelegenheiten, funktionales Denken zu fördern, etwa beim Beschreiben des Einflusses der Länge einer Seite auf den Flächeninhalt oder den Umfang eines Rechtecks oder bei der Beschreibung von strukturierten Aufgabenpäckchen.

Wichtig ist es, die Beschreibungen auch in sprachlicher Hinsicht zu thematisieren und sukzessive weiterzuentwickeln. Unterstützend wirken geeignete Sprachvorbilder durch die Lehrperson oder schriftliche Formulierungshilfen mit bedeutungsbezogenen Sprachmitteln (d.h. auf die Bedeutung der mathematischen Konzepte bezogenen Formulierungen) wie: „Die Funktionsgleichung ordnet zu“, „Anzahl gekaufter Filme“, „monatlicher Festpreis“, „Gesamtpreis im Monat“. Ein Beispiel ist der Arbeitsauftrag zur Verbalisierung eines funktionalen Zusammenhangs in Kasten 2.

<p>Stream24</p> <p>Für nur 10 € im Monat schauen Sie so viele Filme aus unserem Bestand, wie Sie möchten. Sie können dabei aus mehr als 8000 Filmklassikern wählen.</p> <p>Zusätzlich haben wir auch aktuelle Filme im Angebot. Für jeden aktuellen Film zahlen Sie zusätzlich nur 4,50 €!</p>	<p>Arbeitsauftrag:</p> <p>Beschreibe den funktionalen Zusammenhang, der durch die Funktionsgleichung $f(x) = 4,5x + 10$ zu diesem Angebot gegeben ist.</p> <p>Du kannst dafür die folgenden Satzbausteine aus dem Kasten verwenden.</p>									
<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 33%;">f(x) steht für die Größe ...</td> <td style="width: 33%;">... ist abhängig von ...</td> <td style="width: 33%;">x steht für die Größe ...</td> </tr> <tr> <td>Wenn ich ... kenne, kenne ich auch ...</td> <td>Gesamtpreis im Monat</td> <td>Preis pro gekauftem Film</td> </tr> <tr> <td>Monatlicher Festpreis</td> <td>Die Funktionsgleichung ordnet zu.</td> <td>Anzahl gekaufter Filme</td> </tr> </table>		f(x) steht für die Größe ist abhängig von ...	x steht für die Größe ...	Wenn ich ... kenne, kenne ich auch ...	Gesamtpreis im Monat	Preis pro gekauftem Film	Monatlicher Festpreis	Die Funktionsgleichung ordnet zu.	Anzahl gekaufter Filme
f(x) steht für die Größe ist abhängig von ...	x steht für die Größe ...								
Wenn ich ... kenne, kenne ich auch ...	Gesamtpreis im Monat	Preis pro gekauftem Film								
Monatlicher Festpreis	Die Funktionsgleichung ordnet zu.	Anzahl gekaufter Filme								

Kasten 2: Arbeitsauftrag zur Verbalisierung eines funktionalen Zusammenhangs mit Formulierungshilfen

Wie die Bearbeitung von David (Abb. 1) zeigt, reichen Formulierungshilfen allein nicht aus. Beide Sätze weisen nicht nur grammatikalische Fehler auf, sondern deuten auch an, dass David den Kern der Funktion nicht verstanden hat. Die korrigierten Formulierungen stellte David erst durch mehrmalige Impulse der Lehrerin zur Beantwortung der Fokusfragen auf.

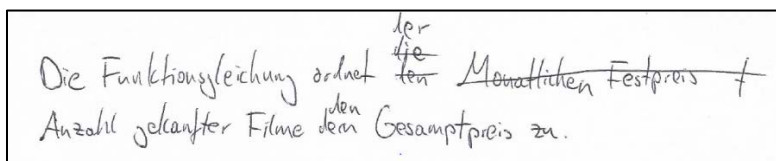


Abbildung 1: Davids fehlerhafte Beschreibung zweier funktionaler Zusammenhänge mithilfe vorgegebener Sprachmittel und ihre Korrektur

Es sollten also Anlässe geschaffen werden, die Fokusfragen zum Kern funktionaler Zusammenhänge zu diskutieren, wie die folgenden Beispiele für Lehr-Lernarrangements in den Jahrgängen 7/8 und 9/10 illustrieren.

Sprachmittel einführen – ein Beispiel für die Klassen 7/8

Bei der nun beschriebenen Einführung linearer Funktionen geht es darum, funktionale Zusammenhänge zunächst einmal in eigenen Worten zu beschreiben, bevor die Standardbezeichnungen „unabhängige“ und „abhängige“ Größe eingeführt werden. Dabei rücken die beiden Fokusfragen das „Wesen“ einer Funktion in den Blick.

Ausgangspunkt sind vielfältige Experimente, die im Klassenraum in Partnerarbeit durchgeführt und dokumentiert werden (siehe hierzu die Arbeitsblätter im Anhang, weitere Anregungen bietet der Funktionen Mathekoffer der MUED i.V.). Die Lernenden verändern eine Größe (zum Beispiel die Anzahl der Würfel), messen die Veränderung einer anderen Größe (zum Beispiel die Höhe des entstehenden Würfelturms) und legen eine entsprechende Wertetabelle an.

Sie beschreiben ihre Versuche, indem sie „Je ... desto“- und „Wenn ... dann“-Sätze vervollständigen. Die Verwendung von je-desto-Sätzen greift den intuitiven Sprachgebrauch der Lernenden auf, kann und sollte aber nur einen ersten Zugriff zur Beschreibung qualitativer Veränderungen darstellen („Je mehr ..., desto weniger ...“). Ansonsten besteht die Gefahr, diese Formulierung auch später nur mit linearen Funktionen zu assoziieren. Die „Wenn ... dann ...“-Formulierungen lassen hingegen Raum für eine präzisere Quantifizierung („Wenn ... verdoppelt wird, dann wird ... halbiert“). In beiden Fällen beschreiben die Lernenden die *Zusammenhänge* zwischen den Größen.

Arbeitsauftrag 2:

a) Beschreibe was passiert, wenn du die Würfel aufeinander legst.

Nutze dabei folgende Formulierungen:

Je mehr Würfel, desto höher der Turm
 Wenn mehr Würfel aufgebaut werden dann steigt der Turm

b) Kreuze an, welche der Formulierungen zum Versuch passt:

Formulierungen zu „hängt ab von“	passt	passt nicht
Die Höhe des Turms hängt von der Anzahl der Würfel ab.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der Würfel hängt von der Höhe des Turms ab.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der Würfel ist von der Höhe des Turms abhängig.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Beim Versuch geht es um die Abhängigkeit der Höhe des Turms von der Anzahl der Würfel	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Begründe deine Entscheidung für eine der richtigen und eine der falschen Formulierungen.

Die ersten drei Antworten sind richtig weil
 wir immer mehr Würfel dazu nehmen und unser
 Turm dann größer wird.
 Das letzte ist falsch weil es nicht um
 die Abhängigkeit der Höhe des Turms geht.

Abbildung 2: Anregung und Unterstützung der Beschreibung funktionaler Zusammenhänge – Samiras Bearbeitung

Wie Samiras Bearbeitung (Abb. 2) zeigt, können sowohl die Sprachmittel „Je ... desto“- als auch „Wenn ... dann“ sinnvoll gemäß dem Versuchsaufbau zur Beschreibung herangezogen werden. Die Beurteilung der „hängt ab von“-Aussagen in Aufgabenteil b) fällt hingegen schwerer (Paulines Kommentar: „Ich hasse solche Sätze.“) und wird in Partnerarbeit kontrovers diskutiert. Die Schwierigkeit liegt darin, dass die Richtung der Abhängigkeit nicht kausal durch den Kontext, sondern aufgrund des Versuchsaufbaus festgelegt ist. Hier wird die Frage, welche Größe von welcher abhängt, relevant. Diese zweite Fokusfrage kann später durch Umkehraufgaben weiter eingeübt werden:

Wie sieht der Versuch aus, der durch die folgenden Sätze beschrieben wird:

- Je mehr Sand, desto höher der Haufen.
- Wenn mehr Wasser ausläuft, dann sinkt der Wasserspiegel in der Flasche tiefer.

Mögliche kontroverse Diskussionen zu den Fokusfragen bieten motivierende Anlässe, die individuell eingebrachten Sprachmittel gemeinsam zu präzisieren: „*Pauline hat gesagt, sie hat die Höhe des Turms ‚gezielt verändert‘ und ‚dadurch beeinflusst‘ die Anzahl der Würfel. Das find ich klasse Formulierungen, wir können dazu auch sagen ‚die unabhängige Größe‘ Höhe und die ‚davon abhängige Größe‘ Anzahl.*“

Wichtiger als die Einführung solcher Standardbezeichnungen ist es jedoch, überhaupt Zusammenhänge ausdrücken und präzise beschreiben zu können: „*Die eine Größe ist abhängig von der anderen Größe*“. In vielen Kontexten sind theoretisch beide Richtungen der Abhängigkeit möglich – für diese Problematik lohnt es sich, sensibel zu sein: „*Nicht immer legt der Kontext fest, welche Größe von welcher abhängt. Umso wichtiger genau zu schauen, was der Aufgabentext festlegt.*“

In weiteren Unterrichtsverlauf werden die Graphen zu den ursprünglichen Experimenten gezeichnet und von den Schülerinnen und Schülern vorgestellt. Die Klasse soll aufgrund des Graphen entscheiden, welches Experiment dargestellt ist. Das gelingt natürlich nur, wenn die Achsen richtig gewählt und beschriftet wurden. So wird erneut über die Fachbegriffe und beide Fokusfragen zur Abhängigkeit gesprochen (Abb. 3). Anschließend runden Arbeitsblätter mit Übungsaufgaben diese Phase ab. (Beide Arbeitsblätter finden sich im Anhang.)

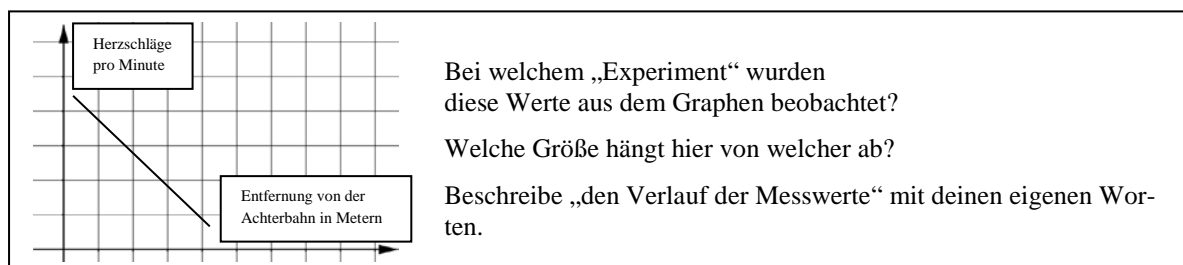


Abbildung 3: Aufgabenstellung zum Zusammenhang zwischen Graph und Experiment

Formulierungen variieren – ein Beispiel für die Klassen 9/10

Die Notwendigkeit, immer wieder verschiedene Darstellungen von funktionalen Zusammenhängen zu vernetzen, gilt auch in Klasse 9/10. Dabei müssen erneut und immer wieder die Fokusfragen zum Kern thematisiert werden, gerade wenn die Texte hohe fachliche und sprachliche Anforderungen stellen.

In der Lernumgebung „Streaming“ in Abbildung 4 wird das Prinzip der Formulierungsveränderung (Prediger 2015; Zindel 2018) genutzt: Für kleine Unterschiede wird sensibilisiert, wer mehrere ähnliche Formulierungen zu funktionalen Zusammenhängen unterscheiden muss. Die sprachliche Sensibilisierung kann hier auch ein vertieftes Verständnis funktionaler Zusammenhänge anregen.

Zunächst werden nur die Seiten mit drei Streaming-Angeboten DreamStream, StreamoX3 und Stream24 ausgeteilt. Dass darin teilweise verschiedene Größen beteiligt sind, fällt einigen Lernenden erst auf, wenn sie eine Tabelle zu diesem Angebot ausfüllen sollen. Der Tabellenkopf ist hier bewusst vorgegeben, um verschiedene beteiligte Größen zu forcieren. Daraufhin stellen die Lernenden zu dem Angebot eine Funktionsgleichung auf, die den funktionalen Zusammenhang aus der Tabelle beschreibt. Abschließend soll der soeben beschriebene funktionale Zusammenhang noch einmal in Worten gefasst, d.h. verbalisiert, werden.

Da Lernenden dies zunächst schwerfallen kann, hat es sich als hilfreich erwiesen, verschiedene mögliche Formulierungen anzubieten und aus diesen die passenden auswählen zu lassen. Die Formulierungen variieren hinsichtlich der beteiligten Größen, der Richtung der Abhängigkeit, oder auch nur rein sprachlich (vgl. Beispiele in Abb. 4), sodass bei der Thematisierung der Fokusfragen zum Kern diese Unterschiede deutlich werden.

	Anzahl Monate	Gesamtpreis	Anzahl gekaufter Filme	Preis in einem Monat
(1) Für welches Angebot würdet ihr euch entscheiden?				
(2) Welches Angebot lohnt sich für welche Anzahl von Monaten?				
(3) Was ist der Gesamtpreis nach 12 Monaten?				
(4) Stellt eine Funktionsgleichung dazu auf.				
(5) Welche der Formulierungen passt zu welchen Angeboten?				

DREAMSTREAM
Bei uns in der Online-Videothek DreamStream können Sie eine Film-Flat für nur 20€ im Monat buchen. Dafür kann man sich im Monat so viele Filme ausleihen, wie man möchte. Für die Anmeldung muss zusätzlich einmalig 5€ bezahlt werden.

STREAMOX3
Schauen Sie unser komplettes Film- und Serienangebot bequem an Ihrem Fernseher mit unserem neuen StreamoX3-TV! Für die TV-Box zahlen Sie einmalig 49€, die zugehörige Film-Flat erhalten sie bereits zu einem monatlichen Festpreis von nur 10€.

STREAM24
Für nur 10€ im Monat schauen Sie so viele Filme aus unserem Bestand, wie Sie möchten. Sie können dabei aus mehr als 8000 Filmklassikern wählen. Zusätzlich haben wir auch aktuelle Filme im Angebot. Für jeden aktuellen Film zahlen Sie zusätzlich nur 4,50€!

$f(x) = 20 \cdot x + 5$

$f(x) = 10 \cdot x + 49$

$f(x) = 4,5 \cdot x + 10$

A: Die Funktionsgleichung gibt den Preis in einem Monat in Abhängigkeit von der Anzahl der gekauften Filme an.

B: Mit der Funktionsgleichung kann man in Abhängigkeit von der Anzahl der Monate den Gesamtpreis berechnen.

C: Die Funktionsgleichung gibt die Anzahl der Monate in Abhängigkeit von dem Gesamtpreis an.

D: Mit der Funktionsgleichung kann ich den Gesamtpreis in Abhängigkeit von der Anzahl der Monate berechnen.

Abbildung 4: Sensibilisieren für den Kern funktionaler Zusammenhänge durch Formulierungsveränderung

Die Beispielaussagen in Abbildung 5 geben einen Eindruck, wie bei der Arbeit mit den verschiedenen Formulierungen die Fokusfragen explizit adressiert und beantwortet werden. Insgesamt zeigen die Erfahrungen in unterschiedlichen Lerngruppen, dass diese Lernumgebung sehr instruktive, bedeutungsbezogene Diskussionen anregen kann und dabei die Lernenden ihr Verständnis von funktionalen Zusammenhängen vertiefen können.

D passt nicht, weil „der falsch herum ist. Man berechnet nämlich **nicht mit dem Gesamtpreis die Anzahl der Monate**, sondern – also andersherum, **mit den Monaten die Anzahl der – den Gesamtpreis**.“

B passt, weil „sagen wir mal, **Abhängigkeit sind 5 Monate**. Dass man das dann sozusagen **den Gesamtpreis, den man nach 5 Monaten bezahlen muss, damit ausrechnen kann**.“

A passt nicht, weil „**man bezahlt bei dem ja gar keine Filme extra**“

Abbildung 5: Lernende begründen (Nicht-)Passung von Formulierungen anhand der Fokusfragen zum Kern

Methodisch kann das Material z.B. als Gruppenpuzzle eingesetzt werden. Jede Gruppe beschäftigt sich zunächst mit einem Angebot und expliziert den funktionalen Zusammenhang. Dann werden die Gruppen neu zusammengesetzt und der gezielte Vergleich der funktionalen Zusammenhänge zeigt Gemeinsamkeiten und Unterschiede. In einer Reflexion im Plenum kann abschließend thematisiert werden, inwiefern die Angebote überhaupt vergleichbar sind.

Fazit

Für ein grundlegendes Verständnis funktionaler Zusammenhänge sollten Schülerinnen und Schüler die beiden Fokusfragen zum Kern funktionaler Zusammenhänge kennen und im Umgang mit konkreten funktionalen Zusammenhängen beantworten können. Dazu bedarf es immer wieder entsprechender Lerngelegenheiten, von denen hier einige vorgestellt wurden. Dabei kann die Anregung von Kommunikation zur Aktivierung individueller Sprachmittel führen, auf denen man aufbauen kann. Und die bewusste Kontrastierung verschieden variiert Formulierungen zu den Fokusfragen kann zu einem vertieften konzeptuellen Verständnis führen.

Anmerkung: Weitere Anregungen bieten Brinkmann 2007 oder der Funktionen Mathekoffer der MUED i.V.

Anhang: Arbeitsblätter für Jgst. 7/8 mit Versuchen und zur Vertiefung, Arbeitsblätter für Jgst. 9/10

Literatur

Brinkmann, A. (2007). Was verändert sich, wenn ... Experimente zum Funktionsbegriff. *Mathematik lehren*, (141), S. 44-51.

KMK (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 4.12.2003. München: Luchterhand.

Malle, G. (2000a). Funktionen untersuchen - ein durchgängiges Thema. *Mathematik lehren*, (103), 4-7.

Malle, G. (2000b). Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. *Mathematik lehren*, (103), 8-11.

MUED (i.V.). *Mathekoffer Funktionen*. MUED e.V., ab Sommer 2018

Prediger, S. (2015). Wortfelder und Formulierungsvariation – Intelligente Spracharbeit ohne Erziehung zur Oberflächlichkeit. *Lernchancen*, 18(104), 10-14.

Vollrath, H.-J. (2014). Funktionale Zusammenhänge. In H. Linneweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II* (S. 112-125). Seelze: Klett / Kallmeyer.

Zindel, C. (2018, eingereicht). *Den Kern des Funktionsbegriffs verstehen – Eine Entwicklungsforschungsstudie zur fach- und sprachintegrierten Förderung* (Dissertation). TU Dortmund, Dortmund.

ZP10 (2012). *Ministerium für Schule und Weiterbildung: Zentrale Abschlussprüfung 10 Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Düsseldorf: MSW.